



Universidad de Puerto Rico

Recinto de Río Piedras
Facultad de Ciencias Naturales
Departamento de Matemáticas
Programa Subgraduado



MATE 3153 – SÍLABO

Título del Curso

Cálculo III

Codificación

MATE 3153

Número de Horas / Créditos

Cuatro (4) créditos. Cuatro horas de conferencia y una hora de laboratorio a la semana.

Prerrequisitos

MATE 3152 (o su equivalente).

Descripción del Curso

Vectores. Cálculo vectorial. Funciones de varias variables. Gradientes. Valores extremos. Diferenciales. Integrales dobles y triples. Integrales de línea y de superficie.

Fecha de Vigencia:	PRIMER SEMESTRE DEL AÑO ACADÉMICO 2025-2026
Salón y Horario:	MATE 3153 – Sección 0U1 LW 0700AM-0820AM MJ 0700AM-0750AM SALÓN A-231 (CNL) https://icardona.org
Información del Profesor:	Iván Cardona Torres Oficina A-117 (CNL) Phone: (787) 764-0000 x 88271 e-mail: ivan.cardona1@upr.edu
Horas de Oficina:	MJ 0800AM-0900AM L 1000AM-1230PM W 1000AM-1130AM M 1030AM-1100AM

Este curso ha sido creado y se ha planificado para ser ofrecido en modalidad presencial (P). Sin embargo, de surgir, durante el semestre, algún impedimento a que se realice la oferta presencial, se continuarán ofreciendo las clases utilizando la modalidad a distancia o en línea para cumplir con el contenido temático y los objetivos contenidos en este prontuario. En este caso, el curso se ofrecerá completamente en línea, mediante videoconferencias asincrónicas equivalentes a setenta y cinco (75) horas contacto.

Objetivos del Curso

Objetivos Generales

En este curso el estudiante :

- reconocerá cómo los métodos del cálculo inciden en los fundamentos del conocimiento de las matemáticas;
- identificará diversas perspectivas relacionadas con la producción, interpretación y aplicación del conocimiento en las matemáticas;
- examina las aportaciones del cálculo para el entendimiento del conocimiento en otras disciplinas;
- examina métodos para la construcción del conocimiento en las matemáticas;
- interrelaciona los saberes de otras disciplinas que aportan al desarrollo del cálculo;
- desarrolla una actitud inquisitiva y reflexiva en el estudiante.

Objetivos Específicos

Deberá ser capaz de:

- Realizar operaciones con vectores, tales como: suma, resta, producto punto y producto cruzado.
- Reconocer y escribir ecuaciones de superficies cilíndricas.
- Reconocer y escribir ecuaciones de superficies cuadráticas.
- Evaluar integrales indefinidas y definidas de funciones vectoriales.
- Encontrar la función vectorial que es solución de una ecuación diferencial sencilla bajo ciertas condiciones iniciales.
- Encontrar el vector velocidad, el vector aceleración y la rapidez de una partícula que se mueve a lo largo de una curva en el plano o en el espacio, e ilustrar esos vectores gráficamente.
- Encontrar la función de posición de un objeto cuando nos dan su vector aceleración.
- Resolver problemas verbales sencillos sobre el movimiento de un proyectil, movimiento cicloidal y movimiento circular.
- Encontrar el vector tangente unitario a una curva dada por una función vectorial en el plano o en el espacio.
- Encontrar la recta tangente a una curva representada por una función vectorial en un punto dado.
- Encontrar el vector normal principal unitario para una curva dada por una función vectorial.
- Encontrar los componentes tangencial y normal de la aceleración para una función de posición vectorial.
- Encontrar la longitud de arco de una curva dada por una función vectorial.
- Calcular la curvatura de una curva dada por una función vectorial.
- Utilizar la función de longitud de arco y la curvatura de una curva para Encontrar los componentes tangencial y normal de la aceleración.

- Encontrar el dominio de una función vectorial en el plano o en el espacio.
- Evaluar funciones vectoriales.
- Trazar la curva representada por una función vectorial en el plano o en el espacio.
- Encontrar una función vectorial que represente a una curva plana o en el espacio.
- Evaluar límites de funciones vectoriales.
- Determinar los intervalos en los cuales una función vectorial es continua.
- Utilizar la definición de derivada para Encontrar la derivada de una función vectorial.
- Encontrar la primera derivada y derivadas de orden superior de una función vectorial, utilizando las propiedades de la derivada y las reglas básicas de derivación.
- Determinar los intervalos en los cuales la curva dada por una función vectorial es suave.
- Encontrar valores funcionales de funciones de dos o tres variables.
- Determinar el dominio y el campo de valores de funciones de dos variables.
- Trazar la gráfica de la superficie dada por una función de dos variables.
- Trazar el mapa de contorno de una superficie utilizando curvas de nivel.
- Describir y trazar las superficies de nivel de una función de tres variables.
- Encontrar límites de funciones de dos y de tres variables.
- Discutir la continuidad de funciones de dos y de tres variables.
- Calcular derivadas parciales de funciones de dos o más variables.
- Encontrar derivadas parciales de orden superior de una función de varias variables.
- Calcular el diferencial total de la variable dependiente en una función de dos o más variables.
- Determinar si una función multivariable es diferenciable.
- Aplicar la Regla de la Cadena para Encontrar la derivada de una función multivariable cuando hay una variable independiente.
- Aplicar la Regla de la Cadena para Encontrar las derivadas parciales de una función en dos o tres variables cuando hay dos variables independientes.
- Encontrar la derivada de una función en dos variables independientes.
- Encontrar la derivada de una función en dos variables utilizando diferenciación implícita.
- Encontrar derivadas parciales de una función en dos o tres variables utilizando diferenciación implícita.
- Encontrar la derivada direccional de una función de dos o tres variables en un punto dado en la dirección de un vector dado.
- Encontrar la derivada direccional de una función en dos o tres variables en un punto P en la dirección de otro punto Q.
- Calcular el gradiente de una función en dos o tres variables y el valor máximo de la derivada direccional en un punto dado.
- Encontrar un vector normal a una curva de nivel en dos variables en un punto dado.
- Utilizar el gradiente para Encontrar un vector normal a la gráfica de una ecuación en dos variables en un punto dado.
- Encontrar un vector normal unitario a una superficie en un punto dado.
- Encontrar una ecuación para el plano tangente a una superficie en un punto dado.

- Encontrar un conjunto de ecuaciones simétricas para la recta normal a una superficie en un punto dado.
- Encontrar un conjunto de ecuaciones simétricas para la recta tangente a la curva intersección de dos superficies en un punto dado, y Encontrar el coseno del ángulo formado entre los vectores gradientes en dicho punto.
- Encontrar el ángulo de inclinación del plano tangente a una superficie en un punto dado.
- Identificar los extremos de una función de dos variables reconociendo la forma dada o la que resulta tras completar el cuadrado.
- Utilizar el Criterio de las Segundas Derivadas Parciales para Encontrar los extremos relativos y los puntos silla de una función de dos variables.
- Encontrar los extremos absolutos de una función de dos variables en una región cerrada.
- Resolver problemas verbales de aplicación que requieran optimizar funciones de varias variables.
- Utilizar multiplicadores de Lagrange para Encontrar los extremos de una función de dos o tres variables con una o dos restricciones.
- Resolver problemas verbales de optimización que tienen una o dos restricciones en los valores que pueden Utilizarse para lograr la solución óptima.
- Evaluar integrales iteradas.
- Utilizar integrales iteradas para calcular el área de una región en el plano.
- Evaluar integrales dobles.
- Utilizar una integral doble para calcular el volumen de un sólido.
- Utilizar coordenadas polares para describir una región dada.
- Evaluar una integral doble utilizando coordenadas polares.
- Utilizar coordenadas polares para calcular el volumen de un sólido.
- Utilizar una integral doble para calcular el área de una región polar.
- Encontrar la masa, los momentos de masa (o momentos primeros) y el centro de masa de una lámina plana de densidad variable.
- Encontrar los momentos de inercia (o momentos segundos) y el momento polar de inercia de una lámina plana de densidad variable.
- Calcular el área de una superficie dada sobre una región.
- Evaluar integrales triples en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas.
- Encontrar volumen, masa, momentos de masa, centros de masa y momentos de inercia en coordenadas cilíndricas y en coordenadas esféricas.
- Encontrar el jacobiano de un cambio de variables especificado.
- Utilizar un cambio de variables indicado para calcular una integral doble.
- Utilizar un cambio de variables para Encontrar el volumen de un sólido.
- Dibujar algunos vectores representativos de un campo vectorial dado.
- Encontrar el campo vectorial conservativo para una función potencial dada.
- Determinar si un campo vectorial es conservativo, y, de serlo, Encontrar una función potencial asociada.
- Encontrar el rotacional de un campo vectorial. Encontrar la divergencia de un campo vectorial.
- Encontrar una parametrización suave a trozos de una curva.

- Calcular integrales de línea a lo largo de una curva, integrales de línea de campos vectoriales, e integrales de línea en forma diferencial.
- Utilizar integrales de línea para resolver problemas de aplicación, tales como: Encontrar la masa de un muelle, el trabajo realizado por un campo de fuerzas sobre una partícula que recorre un camino especificado, el área de superficie lateral, entre otros.
- Calcular la integral de línea en un campo vectorial conservativo a lo largo de trayectorias distintas.
- Utilizar el Teorema Fundamental de Integrales de Línea para calcular la integral de línea de un campo vectorial conservativo.
- Resolver problemas de aplicación sobre el trabajo realizado por un campo de fuerzas para mover una partícula de un punto a otro, y sobre energía cinética y energía potencial.
- Utilizar el teorema de Green para calcular integrales de línea.
- Utilizar el teorema de Green para resolver problemas de aplicación, tales como: Encontrar el trabajo realizado por una fuerza para mover una partícula; y Encontrar el área y el centroide de una región.
- Calcular integrales de superficie y Utilizarlas para Encontrar la masa de una lámina superficial
- Calcular integrales de flujo y Utilizarlas para Encontrar la razón de flujo de masa.
- Calcular integrales de superficie utilizando el Teorema de la Divergencia.
- Calcular el flujo de un campo vectorial utilizando el Teorema de la Divergencia.
- Calcular integrales de línea utilizando el Teorema de Stokes.
- Encontrar el rotacional de un campo vectorial y aplicarlo en problemas sobre el movimiento de un líquido en un contenedor cilíndrico.

En general, el estudiante deberá:

- Interrelacionar los saberes de otras disciplinas que inciden sobre el desarrollo del cálculo.
- Poder entender diversas perspectivas relacionadas con la producción, interpretación y aplicación del conocimiento en las matemáticas.

Contenido Temático

VECTORES, LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO, FUNCIONES VECTORIALES Y MOVIMIENTO EN EL ESPACIO

Sección	Tema	Tiempo
12.1	Sistemas de Coordenadas Tridimensionales	1.0 horas
12.2	Vectores	1.0 horas
12.3	Producto Punto	1.0 horas
12.4	Producto Cruzado	1.0 horas
12.5	Rectas y Planos en el Espacio	2.0 horas
12.6	Cilindros y Superficies Cuadráticas	1.5 horas
13.1	Curvas en el Espacio y sus Tangentes	2.5 horas
13.2	Integrales de Funciones Vectoriales; Movimiento de un Proyectil	1.0 horas
13.3	Longitud de Arco en el Espacio	2.0 horas
13.4	Curvatura y Vectores Normales de una Curva	3.0 horas
13.5	Componentes Tangencial y Normal de la Aceleración	1.0 horas
13.6	Velocidad y Aceleración en Coordenadas Polares	1.0 horas
	PRIMER EXAMEN	22.0 horas

DERIVADAS PARCIALES

Sección	Tema	Tiempo
14.1	Funciones de Varias Variables	1.5 horas
14.2	Límites y Continuidad en Dimensiones más Altas	1.0 horas
14.3	Derivadas Parciales	1.5 horas
14.4	La Regla de la Cadena	1.0 horas
14.5	Derivadas Direccionales y Vectores Gradientes	1.0 horas
14.6	Planos Tangentes y Diferenciales	2.0 horas
14.7	Valores Extremos y Puntos Silla	2.0 horas
14.8	Multiplicadores de Lagrange	1.0 horas
14.9	La Fórmula de Taylor en Dos Variables	2.0 horas
14.10	Derivadas Parciales con Variables Constreñidas	1.0 horas
SEGUNDO EXAMEN		16.0 horas

INTEGRALES MÚLTIPLES

Sección	Tema	Tiempo
15.1	Integrales Dobles e Iteradas sobre Rectángulos	1.0 horas
15.2	Integrales Dobles sobre Regiones Generales	2.0 horas
15.3	Área mediante Integración Doble	1.0 horas
15.4	Integrales Dobles en Coordenadas Polares	1.0 horas
15.5	Integrales Triples en Coordenadas Rectangulares	1.0 horas
15.6	Momentos y Centros de Masa	1.0 horas
15.7	Integrales Triples en Coordenadas Cilíndricas y Esféricas	1.0 horas
15.8	Sustituciones en Integrales Múltiples	2.0 horas
TERCER EXAMEN		21.0 horas

INTEGRALES, CAMPOS VECTORIALES Y ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN

Sección	Tema	Tiempo
16.1	Integrales de Línea	1.0 horas
16.2	Campos Vectoriales e Integrales de Línea: Trabajo, Circulación y Flujo	2.0 horas
16.3	Independencia de Camino, Campos Conservativos y Funciones de Potencial	1.0 horas
16.4	El Teorema de Green en el Plano	1.0 horas
16.5	Superficies y Área	2.0 horas
16.6	Integrales de Superficie	1.0 horas
16.7	El Teorema de Stokes	1.5 horas
16.8	El Teorema de la Divergencia y una Teoría Unificada	1.5 horas
17.1	Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden	1.0 horas
17.2	Ecuaciones Lineales No Homogéneas	3.0 horas
17.3	Aplicaciones	1.0 horas
CUARTO EXAMEN		16.0 horas
EXAMEN FINAL – PROGRAMADO POR EL REGISTRADOR		

Técnicas Instruccionales

Nuestros cursos están centrados en la interacción del maestro y el estudiante como colaboradores en la comprensión y solución de problemas de contenido matemático.

Este curso está programado para ofrecerse de manera **presencial**. Sin embargo, *de surgir alguna interrupción de las clases durante el semestre se continuarán ofreciendo las mismas utilizando la modalidad a distancia o en línea para cumplir con el prontuario*. Específicamente, de cambiar a una modalidad a distancia, **el curso se ofrecerá completamente en línea, mediante videoconferencias asincrónicas** equivalentes a setenta y cinco (75) horas contacto. Para impartir la clase, utilizaremos las siguientes herramientas tecnológicas

- Moodle
- BigBlueButton
- Google Classroom
- Google Meets
- Google Sites
- Google Forms
- Microsoft Teams
- WeBWork
- Página del Departamento de Matemáticas
- Página del Profesor
- YouTube
- Zoom
- Internet
- email

Muchas de las herramientas arriba pueden ser encontradas en <https://enlinea.uprrp.edu/estudiantes/>.

Métodos alternos de enseñanza¹

La Certificación Núm 112 (2014-2015) de la Junta de Gobierno define un curso presencial como un curso en el cual 75% o más de las horas de instrucción requieren la presencia física del estudiante y el profesor en el salón de clases. Esto quiere decir que 25% de un curso presencial, pudiera ofrecerse sin requerir la presencia física de los estudiantes y el profesor en el salón de clases. En caso de ser necesario, este curso podrá completar hasta 25% de las horas contacto (18.75 horas) de forma no presencial por métodos alternos como, por ejemplo: Video-conferencias, módulos instruccionales, foros de discusión y cibercharlas entre otros. De ser así, se modificará el calendario/temario para incluir los temas que serán cubiertos por métodos alternos.

Recursos de Aprendizaje

Salón de clases y libro de Texto. Algún Sistema Algebraico Computarizado (CAS) (e.g. Mathematica, Maple). Acceso, una vez por semana a un salón con computadoras (al menos una (1) computadora por cada dos (2) estudiantes).

Técnicas de Evaluación

Las calificaciones se asignarán a base de cuatro (4) actividades de evaluación parcial denotadas por E_1, E_2, E_3, E_4 respectivamente y una (1) actividad de evaluación final (que cubre todo el material del curso y contará doble) que será denotada por F_1 . Vea el contenido temático. Haciendo $F_2 = F_1$ para que F_1 cuente dos (2) veces, el promedio final se calculará a base de las siguientes seis (6) notas²: $\{E_1, E_2, E_3, E_4, F_1, F_2\}$ eliminándose la menor de las seis. A saber,

$$\text{Promedio Final} = \frac{(E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + F_1 + F_2) - \text{Minimo}(E_1, E_2, E_3, E_4, F_1, F_2)}{5}$$

En caso de estar ofreciendo el curso en **modalidad a distancia (D)**, cada una de las actividades de evaluación consistirá de tres “quizzes” (o pruebas cortas). Específicamente, la actividad E_1 consistirá de tres

¹ Este curso es presencial bajo circunstancias normales. Sin embargo, de surgir alguna interrupción de las clases durante el semestre se continuarán ofreciendo las mismas utilizando la modalidad a distancia o en línea para cumplir con el prontuario. En adición, de ocurrir algún evento que interrumpa la programación de los exámenes, los mismos se ofrecerán en otras horas y/o días, incluyendo sábados.

² Aquí identificamos el puntaje total de cada actividad con la actividad, e.g. si el puntaje de la actividad E_1 es 85, diremos que $E_1 = 85$.

quizzes Q_1, Q_2, Q_3 que se administrarán el mismo día a través de Moodle o WeBWork; la actividad E_2 consistirá de tres quizzes Q_4, Q_5, Q_6 que se administrarán el mismo día a través de Moodle o WeBWork; la actividad E_3 consistirá de tres quizzes Q_7, Q_8, Q_9 que se administrarán el mismo día a través de Moodle o WeBWork; la actividad E_4 consistirá de tres quizzes Q_{10}, Q_{11}, Q_{12} que se administrarán el mismo día a través de Moodle o WeBWork y, finalmente, la actividad F_1 consistirá de tres quizzes Q_{13}, Q_{14}, Q_{15} que se administrarán el mismo día a través de Moodle o WeBWork. En cada uno de los quizzes $Q_1, Q_2, \dots, Q_{14}, Q_{15}$ habrá **un solo problema por página y la navegación será en formato secuencial**, esto es, tendrá que contestar cada problema antes de continuar con el siguiente. De estar disponible un sistema de *proctoring* electrónico, lo Utilizaremos para las actividades de evaluación. Habrá evaluación diferenciada a estudiantes con necesidades especiales.

Por ejemplo, un estudiante cuyos puntajes sean:

$$\begin{array}{lll} Q_1 = 25 & Q_2 = 20 & Q_3 = 30 \\ Q_4 = 36 & Q_5 = 12 & Q_6 = 11 \\ Q_7 = 22 & Q_8 = 36 & Q_9 = 30 \\ Q_{10} = 23 & Q_{11} = 37 & Q_{12} = 30 \\ Q_{13} = 31 & Q_{14} = 32 & Q_{15} = 20 \end{array}$$

obtiene lo siguiente:

$$\begin{array}{ll} E_1 & = 25 + 20 + 30 = 75 \\ E_2 & = 36 + 12 + 11 = 59 \\ E_3 & = 22 + 36 + 30 = 88 \\ E_4 & = 23 + 37 + 30 = 90 \\ F_1 & = 31 + 32 + 20 = 83 \\ F_2 & = F_1 = 83 \end{array}$$

Su promedio final sería,

$$\frac{(75 + 59 + 88 + 90 + 83 + 83) - \text{Minimo}(75, 59, 88, 90, 83, 83)}{5} = 83.8.$$

Acomodo Razonable

La Universidad de Puerto Rico (UPR) reconoce el derecho que tienen los estudiantes con impedimentos a una educación post secundaria inclusiva, equitativa y comparable. Conforme a su política hacia los estudiantes con impedimentos, fundamentada en la legislación federal y estatal, todo estudiante cualificado con impedimentos, tiene derecho a la igual participación de aquellos servicios, programas y actividades que están disponibles de naturaleza física, mental o sensorial y que por ello se ha afectado, sustancialmente, una o más actividades principales de la vida como lo es su área de estudios post secundarios, tiene derecho a recibir acomodos o modificaciones razonables. De usted requerir acomodo o modificación razonable en este curso, debe notificarlo al profesor sobre el mismo, sin necesidad de divulgar su condición o diagnóstico. De manera simultánea, debe solicitar a la Oficina de Servicios a Estudiantes con Impedimentos (OSEI) de la unidad o Recinto, en forma expedita, su necesidad de modificación.

Integridad Académica

La Universidad de Puerto Rico promueve los más altos estándares de integridad académica y científica. El Artículo 6.2 del Reglamento General de Estudiantes de la UPR (Certificación Núm. 13, 2009-2010, de la Junta de Síndicos) establece que

“la deshonestidad académica incluye, pero no se limita a: acciones fraudulentas, la obtención de notas o grados académicos valiéndose de falsas o fraudulentas simulaciones, copiar total o parcialmente la labor académica de otra persona, plagiar total o parcialmente el trabajo de otra persona, copiar total o parcialmente las respuestas de otra persona a las preguntas de un examen, haciendo o consiguiendo que otro tome en su nombre cualquier prueba o examen oral o escrito, así como la ayuda o facilitación para que otra persona incurra en la referida conducta”.

Cualquiera de estas acciones estará sujeta a sanciones disciplinarias en conformidad con el procedimiento disciplinario establecido en el Reglamento General de Estudiantes de la UPR vigente.

Política Institucional contra el Hostigamiento sexual en la Universidad de Puerto Rico

La Universidad de Puerto Rico prohíbe el discrimen par razón de sexo y género en todas sus modalidades, incluyendo el hostigamiento sexual. Según la Política institucional contra el Hostigamiento Sexual en la Universidad de Puerto Rico, Certificación Núm. 130, 2014-2015 de la Junta de Gobierno, si un estudiante está siendo o fue afectado por conductas relacionadas a hostigamiento sexual, puede acudir ante la Oficina de la Procuraduría Estudiantil, el Decanato de Estudiantes o la Coordinadora de Cumplimiento con Título IX para orientación y/o presentar una queja.

Sistema de Calificación

A, B, C, D, F

Libro de Texto

Thomas George B., *Thomas' Calculus (13th Edition)*, Pearson (2014)
ISBN-13: 978-0321878960

Bibliografía

- Larson, Ron, Hostetler, Robert P., and Edwards, Bruce E., *Calculus*, 7th edition, Houghton Mifflin, 2002.
- Salas, S. L., Hille, E., Etgen, G. J., *Calculus: One and Several Variables*, Wiley; 9th edition (2002).
- Stewart, James, *Single Variable Calculus: Early Transcendentals*, 5th ed., Brooks Cole, 2004.

Referencias Electrónicas

- Wolfram Demonstrations Project: <http://demonstrations.wolfram.com/index.html>
- Mathlets: Java™ Applets for Math Explorations: <http://cs.jsu.edu/mcis/faculty/leathrum/Mathlets/>
- Symmetry Resources at Otterbein University: <http://symmetry.otterbein.edu/index.html>
- Página del Departamento de Matemáticas UPR Río Piedras: <http://math.uprrp.edu/cursos.php>

Referencias Educación General

- Davis, P.J. y Hersh, R. 1981. *The mathematical experience*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Kline, M. 1980. *Mathematics: The Loss of Certainty*. New York: Oxford University Press.
- Steen, L.A., 1990. *On the shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington, DC: National Academy Press.
- Stuart, I., 2006. *Letters to a Young Mathematician*. Perseus Books Group.
- Wilder, R. L., 1973. *Evolution of Mathematical Concepts*. England: Open University Press.