



Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales

Recinto de Río Piedras

**MATE
3163**

Apellidos: _____ Nombre: _____

No. de estudiante: _____ Profesor: _____

Tercer Examen: 1 de mayo de 2015 # de sección: _____

Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

1. (*16 puntos*) En la parte (a), encuentre la solución particular que satisface las condiciones iniciales dadas y en la parte (b) encuentre la solución general de la ecuación diferencial.

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{xe^{x^2} + 2x}{6y^2}$; $y(0) = 1$.

(b) $y'' - 10y' + 41y = 0$

2. (8 puntos) Utilice el método de coeficientes indeterminados, para encontrar la solución general de la ecuación no homogénea

$$y'' - 8y' + 15y = 150x^2 + 5x + 112.$$

3. (8 puntos) Determine si la siguiente ecuación diferencial es exacta. De no serlo, encuentre un factor de integración para la ecuación. En cualquier caso resuelva la ecuación.

$$\left(3y - \frac{y^2}{x}\right) dx + (x - y) dy = 0.$$

4. (6 puntos) Utilice el método de Euler con incremento $h = .2 = \frac{1}{5}$ para aproximar la solución de la ecuación diferencial, $y' = 40xy$, con condición inicial $(x_0, y_0) = (3.2, 10)$.

n	x_n	y_n
0		
1		
2		
3		
4		

5. (12 puntos) Encuentre una fórmula para el conmutador $[\widehat{x^4}, \widehat{x^2 D_x}]$. Explique.

6. (10 puntos) Dado que, $\hat{p}_x(\psi) = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}(\psi)$ y que $\hat{T}(\psi) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\psi)$.
Encuentre y simplifique $[\hat{p}_x, \hat{T}](\cos(10x))$. Explique.

7. (10 puntos) Encuentre el resultado (o la imagen), luego de aplicar los operadores de simetría indicados al punto dado.

(a) $\hat{\sigma}_{xz}(\hat{C}_6(z)(4, -2, 10))$.

(b) $\hat{S}_4(x)(10, -12, 100)$.

8. (24 puntos) Considere las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

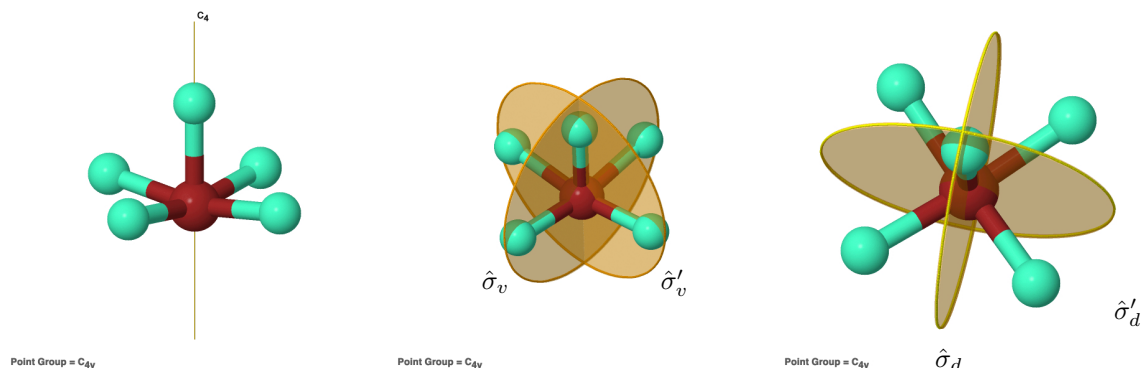
(a) $A + 7 \cdot B =$

(b) $B \cdot C =$

(c) $C \cdot D =$

(d) $A^{-1} =$

9. (16 puntos) La molécula de pentafluoruro de bromo BrF_5 tiene ocho operadores de simetría, a saber, la identidad $\hat{E}$, tres rotaciones propias $\hat{C}_4$, $\hat{C}_4^2$, $\hat{C}_4^3$ (generadas por el $\hat{C}_4$ de la figura de la izquierda), dos reflexiones verticales $\hat{\sigma}_v$, $\hat{\sigma}'_v$ (en la figura del medio) y dos reflexiones diagonales $\hat{\sigma}_d$, $\hat{\sigma}'_d$ (en la figura de la derecha). Vea la figura. Complete la tabla de multiplicación dada a continuación.



$\otimes$	$\hat{E}$	$\hat{C}_4$	$\hat{C}_4^2$	$\hat{C}_4^3$	$\hat{\sigma}_v$	$\hat{\sigma}'_v$	$\hat{\sigma}_d$	$\hat{\sigma}'_d$
$\hat{E}$	$\hat{E}$	$\hat{C}_4$	$\hat{C}_4^2$	$\hat{C}_4^3$	$\hat{\sigma}_v$	$\hat{\sigma}'_v$	$\hat{\sigma}_d$	$\hat{\sigma}'_d$
$\hat{C}_4$	$\hat{C}_4$	$\hat{C}_4^2$	$\hat{C}_4^3$	$\hat{E}$				
$\hat{C}_4^2$	$\hat{C}_4^2$	$\hat{C}_4^3$	$\hat{E}$	$\hat{C}_4$				
$\hat{C}_4^3$	$\hat{C}_4^3$	$\hat{E}$	$\hat{C}_4$	$\hat{C}_4^2$				
$\hat{\sigma}_v$	$\hat{\sigma}_v$				$\hat{E}$			
$\hat{\sigma}'_v$	$\hat{\sigma}'_v$					$\hat{E}$		
$\hat{\sigma}_d$	$\hat{\sigma}_d$						$\hat{E}$	
$\hat{\sigma}'_d$	$\hat{\sigma}'_d$							$\hat{E}$